



I'm not robot



Continue

Problemas de trigonometría resueltos 4o eso

Aprende Matemáticas con los mejores ¡Ira clase gratis! La plataforma que conecta profes particulares y estudiantes
1. Introducción Recordamos que un triángulo es rectángulo cuando tiene un ángulo recto, es decir, un ángulo de 90 grados ó $(\pi/2)$ radianes. De los tres lados del triángulo, se llama hipotenusa al lado opuesto al ángulo recto. Los otros dos lados se denominan catetos: Si conocemos dos lados del triángulo, podemos calcular el otro aplicando el teorema de Pitágoras. Sin embargo, en ocasiones no conocemos dos lados, pero sí conocemos uno de los otros dos ángulos no rectos. En estos casos es cuando utilizamos el seno y el coseno. Seno y coseno El coseno de un ángulo α (α) se define como el cociente del lado contiguo al ángulo α (α) y la hipotenusa. De forma análoga, el seno de α (α) se define como el cociente del lado opuesto al ángulo α (α) y la hipotenusa. Nota: si cambiamos de ángulo, cambian los numeradores: Normalmente, para referirnos al seno de α (α) podemos escribir $(\sin(\alpha))$, $(\sen(\alpha))$ ó $(\seno(\alpha))$. Y para el coseno, $(\cos(\alpha))$ ó $(\coseno(\alpha))$. Nosotros utilizaremos $(\sin(\alpha))$ y $(\cos(\alpha))$. Regla mnemotécnica: el Coseno es el lado COntiguo entre la hipotenusa y el senO es el lado Opuesto entre la hipotenusa. Tangente La tangente del ángulo α (α) es el cociente del seno y del coseno de dicho ángulo: La tangente es el cociente del lado opuesto y del lado contiguo. La tangente del ángulo α (α) puede escribirse como $(\tan(\alpha))$ y como $(\tg(\alpha))$, entre otras. No utilizaremos la tangente en esta página. Arcoseno y arccoseno Si conocemos el seno (o coseno) de un ángulo α (α), podemos conocer el ángulo α (α) mediante la función arcoseno (o arccoseno). En esta página sólo utilizaremos estas funciones en la calculadora con las teclas (\sin^{-1}) (arcoseno) y (\cos^{-1}) (arccoseno). Nota: hay que tener cuidado con las funciones arcoseno y arccoseno ya que hay ángulos que tienen el mismo seno o coseno. Por ejemplo, el seno de 45º es el mismo que el de 135º: 2.

Problemas resueltos Nota previa: para simplificar los cálculos, aproximaremos las razones trigonométricas con dos o tres decimales por redondeo o por truncamiento. Como consecuencia, los resultados pueden ser no exactos.
Problema 1 Se desea sujetar un poste de 20 metros de altura con un cable que parte de la parte superior del mismo hasta el suelo de modo que forme un ángulo de 30º. Calcular el precio del cable si cada metro cuesta 12\$. Solución Como conocemos el lado opuesto, $(a=20m)$, utilizamos el seno para calcular la hipotenusa del triángulo: Sustituimos el ángulo y el lado: Luego el cable debe medir 40 metros y su precio es de 480\$:
Problema 2 Calcular la altura, (a) , de un árbol sabiendo que, si nos situamos 8 metros de la base del tronco, vemos la parte superior de su copa en un ángulo de 36.87º. Solución Como la altura (a) es el cateto opuesto al ángulo, utilizaremos el seno: Pero como necesitamos calcular la hipotenusa (h) del triángulo, utilizamos el coseno: Sustituimos los datos: La hipotenusa mide Por tanto, la altura del árbol es
Problema 3 Calcular cuánto mide la mediana de un triángulo equilátero (dos tres ángulos son de 60 grados) cuyos lados miden 12cm. Ayuda: la mediana es la distancia del segmento que une un vértice con el punto medio del lado opuesto a éste. Solución La mediana forma un triángulo rectángulo: Del triángulo conocemos tres ángulos: uno mide 60º, otro 30º y el otro 90º. También conocemos su hipotenusa $(h=12cm)$. Utilizamos el seno para calcular la mediana (m) : Sustituimos los datos: Luego la mediana mide 10.392 centímetros.
Problema 4 Escribir una fórmula para calcular la longitud de la mediana de un triángulo equilátero de lado (d) . Ayuda: la fórmula se puede obtener rápidamente a partir del problema anterior. Solución Como los lados del triángulo miden (d) en lugar de 12cm, sólo tenemos que cambiar 12 por (d) en el problema anterior ya que los ángulos son iguales. La fórmula es
O bien, si aproximamos el seno,
Problema 5 Del siguiente triángulo rectángulo se conocen sus dos catetos: uno mide 4m y el otro mide 3m: Calcular la hipotenusa y los ángulos α (α) y β (β). Solución Como el triángulo es rectángulo, aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la hipotenusa: La hipotenusa mide 5 metros. Para calcular los ángulos podemos utilizar, por ejemplo, el seno: Como conocemos los catetos y la hipotenusa, podemos calcular el seno de los ángulos: Finalmente, para calcular los ángulos sólo debemos utilizar la función arcoseno:
Problema 6 Calcular el radio de la circunferencia que se obtiene al utilizar un compás cuyos brazos miden 10cm si éstos forman un ángulo de 50º. Solución El compás junto con el radio (R) forma un triángulo isósceles. Lo que significa que los ángulos α (α) y β (β) son iguales. Como la suma de los ángulos (interiores) de un triángulo es siempre 180º, podemos calcular α (α) y β (β) a la mitad del radio y aplicamos el coseno, tenemos Por tanto, el radio de la circunferencia mide 8.46cm:
Problema 7 Calcular la altura de la torre de refrigeración de una central nuclear si se sabe que su sombra mide 271 metros cuando los rayos solares forman un ángulo de 47º. Si nos acercamos 17,8 metros al torreón, la bandera se observa con un ángulo de 75º. Calcular la altura a la que se encuentra la bandera. Nota: para simplificar los cálculos podemos escribir $(\tan(\alpha))$ (tangente de α (α)) en lugar de $(\sin(\alpha)/\cos(\alpha))$. Solución Las relaciones que tenemos son Escribimos la tangente de α (α): De donde podemos despejar (x) : Escribimos la tangente de β (β): De donde despejamos la altura (h) : En la ecuación obtenida, sustituimos (x) por la expresión obtenida anteriormente: Resolvemos la ecuación: Sustituimos los datos: Por tanto, la bandera se encuentra a unos 26,78 metros de altura.
1. Introducción Recordamos que un triángulo es rectángulo cuando tiene un ángulo recto, es decir, un ángulo de 90 grados ó $(\pi/2)$ radianes. De los tres lados del triángulo, se llama hipotenusa al lado opuesto al ángulo recto. Los otros dos lados se denominan catetos: Si conocemos dos lados del triángulo, podemos calcular el otro aplicando el teorema de Pitágoras. Sin embargo, en ocasiones no conocemos dos lados, pero sí conocemos uno de los otros dos ángulos no rectos. En estos casos es cuando utilizamos el seno y el coseno. Seno y coseno El coseno de un ángulo α (α) se define como el cociente del lado contiguo al ángulo α (α) y la hipotenusa. De forma análoga, el seno de α (α) se define como el cociente del lado opuesto al ángulo α (α) y la hipotenusa. Nota: si cambiamos de ángulo, cambian los numeradores: Normalmente, para referirnos al seno de α (α) podemos escribir $(\sin(\alpha))$, $(\sen(\alpha))$ ó $(\seno(\alpha))$. Y para el coseno, $(\cos(\alpha))$ ó $(\coseno(\alpha))$. Nosotros utilizaremos $(\sin(\alpha))$ y $(\cos(\alpha))$. Regla mnemotécnica: el Coseno es el lado COntiguo entre la hipotenusa y el senO es el lado Opuesto entre la hipotenusa. Tangente La tangente del ángulo α (α) es el cociente del seno y del coseno de dicho ángulo: La tangente es el cociente del lado opuesto y del lado contiguo. La tangente del ángulo α (α) puede escribirse como $(\tan(\alpha))$ y como $(\tg(\alpha))$, entre otras. No utilizaremos la tangente en esta página. Arcoseno y arccoseno Si conocemos el seno (o coseno) de un ángulo α (α), podemos conocer el ángulo α (α) mediante la función arcoseno (o arccoseno). En esta página sólo utilizaremos estas funciones en la calculadora con las teclas (\sin^{-1}) (arcoseno) y (\cos^{-1}) (arccoseno). Nota: hay que tener cuidado con las funciones arcoseno y arccoseno ya que hay ángulos que tienen el mismo seno o coseno. Por ejemplo, el seno de 45º es el mismo que el de 135º: 2. Problemas resueltos Nota previa: para simplificar los cálculos, aproximaremos las razones trigonométricas con dos o tres decimales por redondeo o por truncamiento. Como consecuencia, los resultados pueden ser no exactos.
Problema 1 Se desea sujetar un poste de 20 metros de altura con un cable que parte de la parte superior del mismo hasta el suelo de modo que forme un ángulo de 30º. Calcular el precio del cable si cada metro cuesta 12\$. Solución Como conocemos el lado opuesto, $(a=20m)$, utilizamos el seno para calcular la hipotenusa del triángulo: Sustituimos el ángulo y el lado: Luego el cable debe medir 40 metros y su precio es de 480\$:
Problema 2 Calcular la altura, (a) , de un árbol sabiendo que, si nos situamos 8 metros de la base del tronco, vemos la parte superior de su copa en un ángulo de 36.87º. Solución Como la altura (a) es el cateto opuesto al ángulo, utilizaremos el seno: Pero como necesitamos calcular la hipotenusa (h) del triángulo, utilizamos el coseno: Sustituimos los datos: La hipotenusa mide Por tanto, la altura del árbol es
Problema 3 Calcular cuánto mide la mediana de un triángulo equilátero (los tres ángulos son de 60 grados) cuyos lados miden 12cm. Ayuda: la mediana es la distancia del segmento que une un vértice con el punto medio del lado opuesto a éste. Solución La mediana forma un triángulo rectángulo: Del triángulo conocemos tres ángulos: uno mide 60º, otro 30º y el otro 90º. También conocemos su hipotenusa $(h=12cm)$. Utilizamos el seno para calcular la mediana (m) : Sustituimos los datos: Luego la mediana mide 10.392 centímetros.
Problema 4 Escribir una fórmula para calcular la longitud de la mediana de un triángulo equilátero de lado (d) . Ayuda: la fórmula se puede obtener rápidamente a partir del problema anterior. Solución Como los lados del triángulo miden (d) en lugar de 12cm, sólo tenemos que cambiar 12 por (d) en el problema anterior ya que los ángulos son iguales. La fórmula es
O bien, si aproximamos el seno,
Problema 5 Del siguiente triángulo rectángulo se conocen sus dos catetos: uno mide 4m y el otro mide 3m: Calcular la hipotenusa y los ángulos α (α) y β (β). Solución Como el triángulo es rectángulo, aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la hipotenusa: La hipotenusa mide 5 metros. Para calcular los ángulos podemos utilizar, por ejemplo, el seno: Como conocemos los catetos y la hipotenusa, podemos calcular el seno de los ángulos: Finalmente, para calcular los ángulos sólo debemos utilizar la función arcoseno:
Problema 6 Calcular el radio de la circunferencia que se obtiene al utilizar un compás cuyos brazos miden 10cm si éstos forman un ángulo de 50º. Solución El compás junto con el radio (R) forma un triángulo isósceles. Lo que significa que los ángulos α (α) y β (β) son iguales. Como la suma de los ángulos (interiores) de un triángulo es siempre 180º, podemos calcular α (α) y β (β) a la mitad del radio y aplicamos el coseno, tenemos Por tanto, el radio de la circunferencia mide 8.46cm:
Problema 7 Calcular la altura de la torre de refrigeración de una central nuclear si se sabe que su sombra mide 271 metros cuando los rayos solares forman un ángulo de 30º. Solución Llamamos (a) a la altura y (h) a la hipotenusa. Por el seno: Despejamos la altura: Necesitamos calcular la hipotenusa. Por el coseno tenemos Despejamos la hipotenusa: Sustituimos la hipotenusa: Por tanto, la altura de la torre es de unos 156,46 metros.
Problema 8 Las ciudades A, B y C son los vértices de un triángulo rectángulo: Calcular la distancia entre las ciudades A y C y entre las ciudades B y C si la ciudad B se encuentra a 100km de la ciudad A y la carretera que une A con B forma un ángulo de 35º con la carretera que une A con C. Solución Por el seno y por el coseno tenemos las siguientes relaciones: Calculamos la hipotenusa a partir del coseno: Conociendo la hipotenusa, calculamos (a) a partir del seno: Por tanto, la distancia entre las ciudades A y C es de 122,1 kilómetros y la distancia entre las ciudades B y C es de 70,08 kilómetros.
Problema 9 Miguel desea calcular la altura de dos edificios que están situados a 100 metros el uno del otro. Como tiene acceso al edificio más alto, observa que desde la azotea de dicho edificio se avista la azotea del otro bajo un ángulo de $(\alpha=73,3^\circ$ ($^\circ$)). Desde la base del mismo edificio, se ve la azotea del otro edificio bajo un ángulo de $(\beta=19,29^\circ$ ($^\circ$)). ¿Puede Miguel calcular la altura de los edificios con los tres datos con los que cuenta? En caso afirmativo, ¿cuál es la altura de cada uno? Solución Sí es posible calcular la altura de ambos edificios. El ángulo (β) forma parte de un triángulo rectángulo. Representamos el segmento (d) para formar un triángulo rectángulo con el ángulo (α) : Obsérvese que el segmento (d) mide 100 metros, que la altura del edificio más alto es la suma de los catetos (x) e (y) y la altura del otro edificio es (y) . Por el seno y el coseno, tenemos las siguientes relaciones para el ángulo (α) : Como conocemos (α) y (d) , podemos calcular (x) . Primero, calculamos (a) : Ahora, calculamos (x) : Por el seno y el coseno, tenemos las siguientes relaciones para el ángulo (α) : Como conocemos (β) y (d) , podemos calcular (y) . Primero, calculamos (b) : Ahora, calculamos (y) : Por tanto, la altura del edificio alto es Y la altura del otro edificio es 34,96 metros.
Problema 10 (dificultad alta) Desde una determinada distancia, una bandera situada en la parte superior de un torreón se observa con un ángulo de 47º. Si nos acercamos 17,8 metros al torreón, la bandera se observa con un ángulo de 75º. Calcular la altura a la que se encuentra la bandera. Nota: para simplificar los cálculos podemos escribir $(\tan(\alpha))$ (tangente de α (α)) en lugar de $(\sin(\alpha)/\cos(\alpha))$. Solución Las relaciones que tenemos son Escribimos la tangente de α (α): De donde podemos despejar (x) : Escribimos la tangente de (β) : De donde despejamos la altura (h) : En la ecuación obtenida, sustituimos (x) por la expresión obtenida anteriormente: Resolvemos la ecuación: Sustituimos los datos: Por tanto, la bandera se encuentra a unos 26,78 metros de altura.

